

ФИЗИКА

## OFIEHAS IPAHA MAPOB

Черную дыру можно экранировать заслонкой из частиц, что противоречит как общей теории относительности, так и квантовой теории

Джозеф Полчински



пасть в черную дыру — это не шутка. Как только физики осознали, что такие объекты действительно существуют, пришло понимание и их смертельной опасности. Однако считалось, что пересекающий точку невозврата космонавт не почувствует ничего особенного (это

верно только для сверхмассивных черных дыр, расположенных в центре галактик. — Примеч. пер.). Согласно общей теории относительности Эйнштейна, в пространстве ничем не отмечена та граница, за которой у путешественника уже не будет ни шанса вернуться назад. Все, кто пересечет горизонт событий черной дыры, будут неотвратимо падать и падать к ее центру, в черную бездну.

ion by Kenn Brown, Mondolithic Studi

### ОБ АВТОРЕ

**Джозеф Полчински** (Joseph Polchinski) — профессор физики в Калифорнийском университете в Санта-Барбаре, сотрудник Института теоретической физики им. Кавли. Область интересов: теоретическая физика, в том числе вопросы дуальности и квантовой гравитации.



Однако недавно описываемая картина была пересмотрена в связи с новой информацией о квантово-механических свойствах черных дыр. Судя по всему, космонавт испытает совсем не те ощущения, которые предсказывались Альбертом Эйнштейном. Прежде чем кануть в черную дыру, наш герой ударится о преграду из частиц сверхвысоких энергий, что приведет к смертельному исходу. Более того, такой щит может оказаться границей пространства.

Три года назад четверо ученых из Калифорнийского университета в Санта-Барбаре — автор этой статьи Джозеф Полчински, его коллега Дональд Марольф (Donald Marolf) и студенты Ахмед Альмхейри (Ahmed Almheiri) и Джеймс Салли (James Sully) — пришли к заключению о существовании вокруг черных дыр своеобразного «щита» из частиц. Изучая черные дыры, они использовали идеи теории струн и давнюю работу Стивена Хокинга 70-х гг. прошлого века. В то время Хокинг установил глубокие связи между квантовой теорией и теорией относительности, применяемыми в экстремальных условиях сильных гравитационных полей вблизи черной дыры. Согласно его подходу, как методы квантовой теории, так и представления Эйнштейна о пространстве-времени обладают недостатками. Битва за верховенство этих двух принципиально разных концепций продолжается до сих пор.

Точно так же, как когда-то идея Хокинга, новые рассуждения о существовании щита были приняты в штыки. Однако, несмотря на бурю недоверия, весомой альтернативы так и не было предложено. Если считать квантовую теорию достойной доверия, то из нее неизбежно следует существование такого барьера частиц, несмотря на то что тут же возникает множество теоретических трудностей.

Судя по всему, физикам придется отказаться от какого-то элемента привычной физической картины. Ученые продолжают спорить, от какого же именно. Хочется верить, что результатом жарких споров будет более полное понимание квантовой теории и теории гравитации, а в идеале — окончательное разрешение кажущихся противоречий между двумя основополагающими физическими концепциями.

### Сингулярность

Общая теория относительности породила сам концепт таких объектов, как черные дыры, и дала представление об их свойствах. Появилось понятие горизонта событий как результата гравитационных эффектов в пространстве-времени. Согласно общей теории относительности, если собрать в некотором объеме достаточно большое количество вещества, то начнется неизбежный процесс коллапса, который будет продолжаться до того момента, пока вся масса не сожмется в точку. Процесс сжатия ничто не в силах остановить, и его результатом будет сингулярность — точка бесконечной плотности и бесконечной кривизны.

Космический путешественник, пересекший горизонт событий черной дыры, никогда не сможет преодолеть ее гравитационное притяжение и улететь назад. Он будет неотвратимо двигаться к сингулярности. Даже лучи света не могут вырваться из-под горизонта событий черной дыры. В сингулярности нарушаются законы физики — это своего рода особая точка разрыва известных физических теорий. В отличие от сингулярности сферическая поверхность горизонта событий согласно принципу эквивалентности не обладает такими явно выраженными особенностями — космонавт, пересекающий ее, не увидит вокруг себя ничего

## A

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- По утверждению Стивена Хокинга, черная дыра может излучать. Это обстоятельство стало первой трещиной в нашем понимании физики. Ушедшие от черной дыры частицы своим существованием утверждают, что внутри черной дыры информация уничтожается, что противоречит законам квантовой механики.
- Попытка решить дилемму с помощью аппарата теории струн кажется многообещающей, однако расчеты показывают, что черные дыры обладают еще более противоречивыми свойствами, чем считалось: черную дыру должен окружать барьер из частиц сверхвысоких энергий.
- Такой барьер может оказаться границей самого пространства. Работа над проблемой барьера может указать путь объединения квантовой механики и теории гравитации.

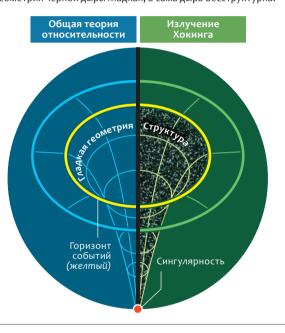
событий черной дыры, то одна частица пары может уйти от черной дыры, а другая, наоборот, упасть внутрь. Этот феномен, названный хокинговским излучением, породил ряд парадоксов касательно внутреннего устройства черных дыр.

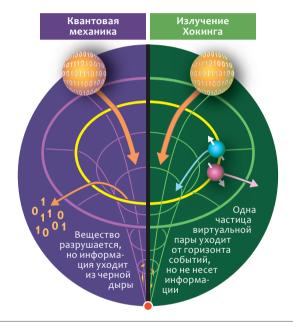
### Проблема энтропии

Спектр излучения Хокинга указывает на наличие у черной дыры температуры. Согласно традиционным представлениям, теплота возникает в результате движения атомов объекта. Факт, что черная дыра обладает температурой, должен означать, что этот объект каким-то образом структурирован. Согласно квантовомеханическому представлению излучения Хокинга, возможность различных размещений структурных блоков черной дыры дает возможность говорить об ее энтропии, т.е. мере неупорядоченности. Однако в общей теории относительности наличие энтропии у черных дыр запрещено, поскольку в этой теории геометрия черной дыры гладкая, а сама дыра бесструктурна.

### Информационный парадокс

Согласно стандартной картине квантовой механики, информация никогда не может быть уничтожена. Даже если вы сожжете лист бумаги с написанным на нем письмом, информация о содержании письма так или иначе будет закодирована и сохранится в пепле и дыме. Наличие излучения Хокинга, тем не менее, подразумевает, что черная дыра уничтожает информацию, содержавшуюся в упавшем в нее веществе. Частицы, уходящие от горизонта событий, совершенно не зависят от свойств атомов, упавших в черную дыру. Хокинг предположил, что квантовую механику необходимо модифицировать.



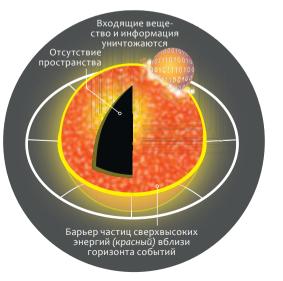


### Более ранние гипотезы (не показаны)...

В попытках разрешить парадоксы, порождаемые наличием излучения Хокинга, предлагается много способов комбинировать общую теорию относительности и квантовую механику. Одну из возможностей дает теория струн, которая полагает частицы не точечными, а протяженными одномерными объектами (струнами), которые совершают различные колебательные движения в зависимости от типа частицы. Возможно, теория струн сможет разрешить информационный парадокс и проблему энтропии.

### ... приводят к концепции барьера

Математические решения, полученные в рамках теории струн, привели к любопытным результатам, имеющим физический смысл: черная дыра может быть окружена барьером, состоящим из частиц сверхвысоких энергий, который способен уничтожить все, что к нему приближается. Существование такого барьера приводит к кардинальным нарушениям законов физики на границе черной дыры и может служить границей пространства-времени.



необычного (однако приливные силы для черных дыр звездных масс будут очень велики при приближении к горизонту, а также во время его пересечения и позже. — Примеч. пер.). Любимое утверждение теоретиков — что если бы вся наша Солнечная система прямо сейчас падала в черную дыру, то мы не испытывали бы никаких особых ощущений.

### Излучение черной дыры

Традиционное представление о черных дырах претерпело изменения в 1974 г., когда Стивен Хокинг сделал странные предсказания, применив квантовую теорию к этим объектам. Согласно квантовой теории, в вакууме постоянно рождаются и исчезают пары частиц и их партнеров-античастиц. Если такой процесс произойдет вблизи горизонта черной дыры, то пары могут разделиться. Одна частица пересечет горизонт и будет падать в сингулярность, а ее партнер уйдет от черной дыры, унося с собой часть ее массы. В принципе, вся масса черной дыры может быть исчерпана в результате таких квантовых процессов — так называемого «хокинговского испарения».

Для жизни существующих в природе черных дыр звездных масс процесс испарения не играет никакой роли, потому что прибавка массы за счет аккреции окружающего газа и пыли оказывается несравненно более существенной, чем квантовое излучение. Однако представляет интерес идеализированная постановка задачи, когда считается, что черная дыра полностью изолирована от окружающего вещества и что у наблюдателя достаточно времени наблюдать за ее испарением. Хокинг провел мысленный эксперимент и показал, что в нем и выявляются два кажущихся противоречия между общей теорией относительности и квантовой механикой.

Проблема энтропии. Размышляя об изолированной черной дыре, Хокинг отметил, что коль скоро существует процесс испарения, т.е. поток излучения от черной дыры, то, следовательно, черная дыра обладает температурой. Вообще говоря, температура порождается движением атомов объекта. Тепловой характер излучения Хокинга дает основания предположить, что черная дыра должна обладать микроскопической структурой, составленной из дискретного набора частей или «битов». Физик-теоретик Якоб Бекенштейн (Jacob D. Bekenstein) из Еврейского университета в Иерусалиме пришел к похожему выводу двумя годами раньше, поставив мысленный эксперимент по киданию разных вещей в черную дыру. В работах Хокинга и Бекенштейна была получена формула, определяющая число таких битов — величину, известную как энтропия черной дыры. Энтропия характеризует степень беспорядка системы. Энтропия некоторой системы растет, если растет число

состояний, доступных системе. Чем больше число «битов» в черной дыре, тем большее число различных размещений они могут иметь и тем выше будет энтропия черной дыры.

В противоположность такому дискретному подходу общая теория относительности описывает непрерывную гладкую геометрию пространства-времени вблизи черной дыры и утверждает, что любые две черные дыры, обладающие одинаковой массой, зарядом и спином, абсолютно идентичны. Это свойство точно отражено фразой Джона Уиллера (John Wheeler) из Принстонского университета: «Черная дыра не имеет волос». Таким образом, появляется противоречие: теория относительности утверждает, что «волос нет», а квантовая механика говорит о том, что черная дыра обладает большим количеством энтропии, что означает микроскопическую структуру, т.е. «волосы».

**Информационный парадокс.** Теоретически предсказанное в рамках квантовой теории хокинговское испарение бросает вызов самой этой теории. Дело в том, что, согласно вычислениям Хокинга, тип частиц, которые улетают от черной дыры, совершенно не зависит от свойств вещества, упавшего в черную дыру (скажем, при коллапсе массивной звезды). Например, мы можем послать какоенибудь сообщение в черную дыру, но его никогда нельзя будет восстановить по излученным частицам. Раз пройдя под горизонт событий, информация больше никогда не сможет влиять на то, что позже выйдет из черной дыры с хокинговским излучением. Информация никогда не покинет черную дыру. В квантовой механике каждая система описывается так называемой волновой функцией, которая определяет вероятности нахождения системы в разных конкретных состояниях. В мысленном эксперименте Хокинга потеря информации означает, что не существует способа задать волновую функцию хокинговского излучения, основываясь на свойствах вещества, попадающего под горизонт. В квантовой механике запрещены процессы, приводящие к потере информации. Таким образом, вблизи черной дыры законы квантовой теории должны быть как-то изменены.

Кто-то может подумать: ну и что такого в том, что черная дыра разрушает информацию? Она ведь разрушает все, что попадает под горизонт событий. Но давайте сравним, что произойдет, если мы просто сожжем наше бумажное послание, а не бросим его в черную дыру. При сжигании сообщение, несомненно, будет уничтожено и его не удастся восстановить из дыма. Однако процесс горения описывается законами квантовой механики, применяемыми к атомам нашего послания. При квантовом описании дым обладает вполне определенной волновой функцией, которая зависит от нашего послания. Теоретически сообщение может быть

восстановлено по этой волновой функции. В случае черной дыры не существует определенной волновой функции для хокинговского излучения.

Основываясь на подобных рассуждениях, многие теоретики решили, что Хокинг ошибся, приняв кодирование информации за потерю информации. Кроме того, если информация может пропадать, то такое должно происходить не только в таких экзотических объектах, как черные дыры, но и в нашей обыденной жизни, поскольку в квантовой физике все, что может произойти, происходит. Если рассуждения Хокинга верны, то мы должны видеть им подтверждения в «повседневной» физике, возможно, в виде сильного нарушения закона сохранения энергии.

Однако аргумент Хокинга состоит из простого возражения. В отличие от горящей бумаги черная дыра обладает горизонтом событий, из-под которого информация не может выйти. Таким образом, нужно либо изменять квантовую механику для предотвращения потери информации, либо изменять теорию относительности, чтобы информация могла выходить из-под горизонта.

Существует и третья возможность. Черная дыра может испаряться не полностью, а только до некоторого реликтового остатка, содержащего всю информацию о поглощенном ранее веществе. По мнению автора, такой подход также содержит ряд трудностей — например, слишком маленький объект не может содержать слишком большой объем информации, это нарушает представление об энтропии Бекенштейна — Хокинга.

### Черные дыры и браны

Частная проблема, возникающая при описании процесса испарения черных дыр, восходит к более общей проблеме несовместимости теории относительности и квантовой механики в экстремальных условиях, когда нужно применять одновременно и ту и другую теории. Эту общую проблему пытаются разрешить с помощью теории струн. Точечный объект квантовой теории заменяется микроскопической, но протяженной струной, что позволяет сделать ее совместимой с математическим аппаратом теории относительности. Однако простой заменой частиц струнами проблему испарения черных дыр сразу не решить.

Прорыв в понимании роли струн произошел в 1995 г. Оказалось, что теория струн не была самосогласована. Нужно было дополнить ее рассмотрением многомерных объектов, существующих в большем количестве измерений, нежели привычные нам три пространственных и одно временное. Такие объекты получили название *D*-браны. В черных дырах они могли бы представлять собой комочки пространств скрытых размерностей — настолько крошечных, что не поддавались бы никаким наблюдениям. В 1996 г. Эндрю Стремингер

(Andrew Strominger) и Кумрун Вафа (Cumrun Vafa) из Гарвардского университета показали, что струны и *D*-браны позволяют подсчитать точное число «битов» для задания энтропии черной дыры (по крайней мере, для шварцшильдовской черной дыры). Таким образом, загадка энтропии выглядела решенной.

Следующей проблемой, требующей разрешения, стал описанный выше информационный парадокс. В 1997 г. Хуан Малдасена (Juan Maldacena), в настоящее время работающий в Принстонском институте перспективных исследований в Нью-Джерси, придумал способ обойти этот парадокс решение, иногда называемое дуальностью Малдасены. Вообще дуальность — это соответствие (часто очень неожиданное) между двумя процессами или теориями, которые первоначально выглядят абсолютно различными. Малдасена показал, что математическое описание теории, основанной на теории струн и объединяющей теорию относительности и квантовую механику (квантовая теория гравитации), эквивалентно математическому описанию обыкновенной квантовой теории при наличии некоторых специальных условий. В частности, квантовая физика черной дыры эквивалентна физике, описывающей газ горячих ядерных частиц. Такой подход означает, что пространство-время кардинально отличается от нашего о нем представления и представляет собой нечто вроде трехмерного голографического изображения, проецируемого с более фундаментальной двумерной сферы.

Использование дуальности Малдасены дало возможность описать квантовое поведение черных дыр. Если этот подход верен, то обычные законы квантового мира могут быть применены и к гравитации и никакой потери информации не произойдет. Косвенным следствием теории Малдасены будет то, что черные дыры смогут испаряться полностью, не оставляя реликтовых остатков, и что информация будет уходить из черной дыры вместе с хокинговским излучением.

Дуальность Малдасены, созданная им в попытках решить информационный парадокс черных дыр, на сегодняшний момент наиболее близка к тому, чтобы претендовать на унификацию теории относительности и квантовой теории. Доказательств пока нет, хотя существуют косвенные подтверждения, которых оказалось достаточно, чтобы в 2004 г. Хокинг объявил об изменении своих взглядов на проблему потери информации черной дырой и публично объявил о проигрыше спора с физиком Джоном Прескиллом (John Preskill) на конференции в Дублине.

Среди физиков распространено мнение, что ни один наблюдатель не увидит никаких нарушений теории относительности или других теорий вблизи черной дыры, живущей по правилам

Малдасены, несмотря на то что его теория не дает ясных объяснений, как именно информация может выходить из-под горизонта событий.

Около 20 лет назад Леонард Сасскинд (Leonard Susskind) из Стэнфордского университета и Герард 'т Хоофт (Gerard 't Hooft) из Утрехтского университета в Нидерландах предложили решение информационного парадокса с помощью нового понятия, названного комплементарностью (или дополнительностью) черных дыр. Суть состояла в рассмотрении двух наблюдателей. Один наблюдатель попадает в черную дыру и получает доступ к находящейся внутри информации, проникшей вместе с ним под горизонт. Другой наблюдатель, оставшийся вне черной дыры, видит эту же информацию снаружи (при ее бесконечно замедленном — с его точки зрения — приближении к горизонту событий. — Примеч. пер.). Противоречия здесь нет, поскольку наблюдатели никак не сообщаются друг с другом.

# Если вокруг черной дыры действительно существует барьер, то все-таки что это такое? Некоторые полагают, что это просто граница известного нам пространства

### Барьер

Теория дуальности Малдасены и принцип комплементарности для черных дыр, казалось бы, должны были разрешить все имеющие трудности с описанием этих объектов, однако все-таки остаются пробелы в понимании поведения черных дыр в условиях значимости как гравитационных, так и квантовых эффектов. Три года назад автор с сотрудниками попытались создать математическую модель для проверки работоспособности этих двух принципов, основываясь на идеях физиков Самира Матура (Samir D. Mathur) из Университета Огайо и Стивена Джиддингса (Steven Giddings) из Калифорнийского университета в Санта-Барбаре (используя также аргументы Сэмюэла Браунштейна (Samuel Braunstein) из Йоркского университета в Великобритании). Создать модель не получилось — по всей видимости, проблемы оказались глубже, чем просто недочеты математических выкладок, и противоречия остались.

Противоречия проявляют себя при рассмотрении феномена квантового перепутывания — наименее ясной и наиболее далекой от повседневного опыта части квантовой теории, в которой подводят интуитивные представления ученых о мироустройстве. Представим себе частицы в виде двух костяшек домино. Пусть мы априори знаем, что

сумма на обеих костяшках неизменна и равна, например, шести. Тогда если на первой костяшке выпала двойка, то на второй обязательно должна быть четверка. Эти костяшки показывают поведение двух частиц, находящихся в отношении квантового перепутывания, а фиксированная сумма на обеих костяшках в случае частиц играет роль известного суммарного момента импульса двух частиц. Когда измеряется какое-то свойство одной из частиц (например, момент импульса), то эти измерения мгновенно определяют свойства и ее партнера — вне зависимости от расстояния, на которое разнесены частицы-партнеры. Кроме того, перепутывания моногамны, т.е. существуют всего две частицы-партнера, запутанные друг с другом.

Рассмотрим теперь фотон, испущенный в процессе хокинговского испарения. Назовем его для определенности *В*-фотон, и пусть к моменту его излучения черная дыра успела испариться по крайней мере наполовину. Механизм Хокинга подраз-

умевает, что фотон B— одна частица пары. Назовем ее партнера, попадающего в черную дыру, частицей A. Частицы A и B находятся в состоянии квантового перепутывания. Кроме того, информация, которая первоначально попала в черную дыру, закодирована во всех частицах хокинговского излучения. Если

информация не исчезает и выходящий из-под горизонта фотон B обладает определенным квантовым состоянием, то этот фотон обязательно должен быть связан квантовым перепутыванием с другим, уже ушедшим от черной дыры, фотоном C, — в противном случае информационный поток на выходе не будет сохраняться. Но тогда получается, что в состоянии перепутывания находятся не две, как это предписано свойством моногамности, а уже три частицы, A, B и C.

Желая сохранить свойство моногамности и одновременно с этим перепутанную пару В и С, нужно пожертвовать парой А и В, отказаться от наличия между ними связи. Напомним, что фотоны хокинговского излучения A и B — это пара «частица — античастица», рожденная вблизи горизонта событий черной дыры. В квантовой теории цена разрыва связи между такими частицами определяется энергией (аналогично тому, как определенная энергия требуется для разрушения химических связей). Возможность разрушения состояний перепутывания для всех частиц хокинговского излучения означает наличие стены частиц сверхвысоких энергий вблизи горизонта событий черной дыры. Эту стену можно назвать своеобразным барьером, с которым неизбежно — и очень драматически — встретится летящий в черную дыру космонавт. Картина свободного и незаметного прохода под горизонт существенно изменяется.

Возможное существование больших отклонений от общей теории относительности (например, наличие такой необычной энергетической стены, появление которой никак не мотивировано геометрией черной дыры) вызывает беспокойство. В теории рассматриваемый барьер возникает из довольно простых рассуждений, основанных на предположении об отсутствии информационного парадокса. Получается, что априори постулируя, что информация не должна исчезать, можно прийти не только к тонким эффектам взаимодополняемости, но и к прямому нарушению теории относительности. Такие рассуждения вызывают недоумение и скептицизм научной общественности.

Остается сделать вывод, что либо такие экзотические энергетические стены действительно существуют в природе, либо все-таки необходимо пересмотреть некоторые основополагающие утверждения квантовой механики. Информация не может быть уничтожена, но, возможно, сама квантовая механика допускает какие-то видоизменения. К сожалению, даже непосредственные наблюдения реальной черной дыры ничего не скажут нам о существовании барьера. Дело в том, что любое излучение такого барьера должно быть очень сильно ослаблено гравитационным полем черной дыры, следовательно, его практически невозможно зарегистрировать.

### Конец пространства

Если вокруг черной дыры действительно существует барьер, то все-таки что это такое? Некоторые полагают, что это просто граница известного нам пространства. Возможно, внутри черной дыры вообще не возникает условий, нужных для возникновения пространства. Быть может, оно не может сформироваться потому, что квантовая память внутри черной дыры переполнена. Если внутри нет пространства, то оно заканчивается где-то вблизи горизонта и падающий под горизонт космонавт превратится в море квантовых битов.

Чтобы избежать подобных странных сценариев, физики пытались уйти от вывода о существовании барьера. Одна из возможностей основана на следующих рассуждениях. Поскольку испущенная в процессе хокинговского излучения частица В должна образовывать перепутанную пару как с частицей А, так и частицей С, то частица А должна быть частью частицы С. Фотон под горизонтом содержит ту же информацию, что закодирована в ранее испущенном излучении, несмотря на то что они находятся в разных местах. Это утверждение похоже на первоначальную идею комплементарности черной дыры, обсужденную выше, но для ее конкретной реализации, похоже, снова пришлось бы прибегнуть к модификации квантовой

механики. Другая, более радикальная концепция была предложена Малдасеной и Сасскиндом: каждая пара перепутанных частиц связана с микроскопической кротовой норой, что позволяет построить макрообъект — внутреннее пространство черной дыры — как систему частиц, связанных состоянием перепутанности.

Хокинг сделал предположение, что общая теория относительности непротиворечиво описывает черные дыры, а вот законы квантовой механики в таких объектах нарушаются. Малдасена выдвинул гипотезу, что квантовая механика не изменяется, но пространство-время обладает специальным свойством голографии. Возможно, истинное положение вещей находится где-то посередине. Было предложено много других решений, большая часть из которых отказываются от того или иного базового принципа, и не выработано единого мнения решения проблемы. Глобальный вопрос остается: что означает наличие барьера для реальных черных дыр, например подобных черной дыре в центре нашей Галактики? На основе существующих разрозненных гипотез слишком рано утверждать что-то определенное.

Хотя решения задачи не предвидится в скором будущем, исследователи все равно рады — тому, что обнаружено новое противоречие между двумя фундаментальными физическими теориями. Невозможность сказать однозначно, существует или нет барьер вокруг черной дыры, дает ограничения на современную формулировку квантовой гравитации и позволяет дорабатывать ее нужным образом, чтобы она стала рабочей теорией, способной на предсказания реальных наблюдательных и экспериментальных данных. Решая проблему барьера, можно прийти к более глубокому пониманию природы пространства-времени и физических принципов, лежащих в основе законов природы, и в конечном счете выяснить, как можно совместить квантовую теорию и теорию гравитации.

Перевод: О.С. Сажина

### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИСТОЧНИКИ

- Бекенштейн Я. Информация в голографической Вселенной // ВМН, № 11, 2003.
- Малдасена Х. Иллюзия гравитации // ВМН, № 2, 2006.
- The Black Hole War: My Battle with Stephen Hawking to Make the World Safe for Quantum Mechanics. Leonard Susskind. Little, Brown, 2008.
- Black Holes: Complementarity or Firewalls? Ahmed Almheiri, Donald Marolf, Joseph Polchinski and James Sully in Journal of High Energy Physics, Vol. 2013, No. 2, Article No. 62; February 2013. Preprint available at http://arxiv.org/abs/arXiv:1207.3123